/

MAT 102 ANALİZ II 2. QUİZ SORULARININ CEVAPLARI

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{\ln x} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{\ln x} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$ olduğundan L'Hospital

kuralı ile $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{\ln x} = +\infty$ dur. Yatay asimptot yoktur.

$\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{x}{\ln x} = \frac{0}{-\infty} = 0$ $\quad x>1$ için $\frac{x}{\ln x} > 0$ ve

$\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{\ln x}{x} = 0$ olduğundan $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{x}{\ln x} = +\infty$ dır.

$x=1$ düşey asimptotdur.

$f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$ kritik noktadır.

$1 < x < e$ için $f'(x) < 0$ ve $x > e$ için $f'(x) > 0$

f, e de sürekli 1. türev testine göre e, f nin bir yerel min. noktasıdır.

2) $y = (1-\cos 2x)^{\frac{1}{\ln x}}$ $\qquad \ln y = \frac{\ln(1-\cos 2x)}{\ln x}$

$\lim\limits_{x \to 0} \ln f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1-\cos 2x)}{\ln x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{2\sin 2x}{1-\cos 2x}}{\frac{1}{x}} =$

$= \lim\limits_{x \to 0} \frac{2x \sin 2x}{1-\cos 2x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{2x\sin 2x \cdot (1+\cos 2x)}{\sin^2 2x} =$

$= \lim\limits_{x \to 0} \frac{2x \cdot (1+\cos 2x)}{\sin 2x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{x \cdot (1+\cos 2x)}{\sin x \cdot \cos x} =$

$= \lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{x}{\sin x}\right) \cdot \lim\limits_{x \to 0} \frac{1+\cos 2x}{\cos x} = 1 \cdot 2 = 2$

$(1-\cos 2x)^{\frac{1}{\ln x}} = e^{\frac{\ln(1-\cos 2x)}{\ln x}}$ olduğundan

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = e^2$ dir.

4) $\ln(y\cdot x)+xy^2=x \quad , (1,1)$

$$\frac{1}{y.x}\cdot\left(\frac{dy}{dx}\cdot x+y.1\right)+\left(1.y^2+x.2y.\frac{dy}{dx}\right)=1$$

$$\frac{1}{y}\cdot\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x}+y^2+2xy.\frac{dy}{dx}=1$$

$$\frac{dy}{dx}\cdot\left(\frac{1}{y}+2xy\right)=1-\frac{1}{x}-y^2$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1-\frac{1}{x}-y^2}{\frac{1}{y}+2xy} \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(1,1)}=-\frac{1}{3}=m_T$$

$$m_T\cdot m_N=-1 \Rightarrow m_N=3$$

Teğet doğrunun denklemi $\quad y-1=-\frac{1}{3}(x-1)$

Normal $\quad$ " $\quad$ " $\quad y-1=3(x-1)$

5) $f(x)=\sin 3x$

$f(0)=0$

$f'(x)=3\cos 3x \Rightarrow f'(0)=3$

$f''(x)=-3.3.\sin 3x \Rightarrow f''(0)=0$

$f'''(x)=-3.3.3.\cos 3x \Rightarrow f'''(0)=-3^3$

$$f^{(2n)}(0)=0 \quad , \quad f^{(2n+1)}(x)=\begin{cases} 3^{n+1}.\cos 3x, & n \text{ çift} \\ -3^{2n+1}.\cos 3x, & n \text{ tek} \end{cases} \Rightarrow$$

$$f^{(2n+1)}(0)=\begin{cases} 3^{n+1}, & n \text{ çift} \\ -3^{2n+1}, & n \text{ tek} \end{cases} = (-1)^n.3^{2n+1}$$

$$f(x)=\sin 3x=0+\frac{3}{1!}.x+0+\frac{-3^3}{3!}x^3+0+\dots+\frac{f^{(2n+1)}(0)}{(2n+1)!}.x^{2n+1}+\dots$$

$$=3x-\frac{3^3}{3!}x^3+\frac{3^5}{5!}x^5-\frac{3^7}{7!}x^7+\dots+\frac{(-1)^n.3^{2n+1}}{(2n+1)!}x^{2n+1}+\dots$$